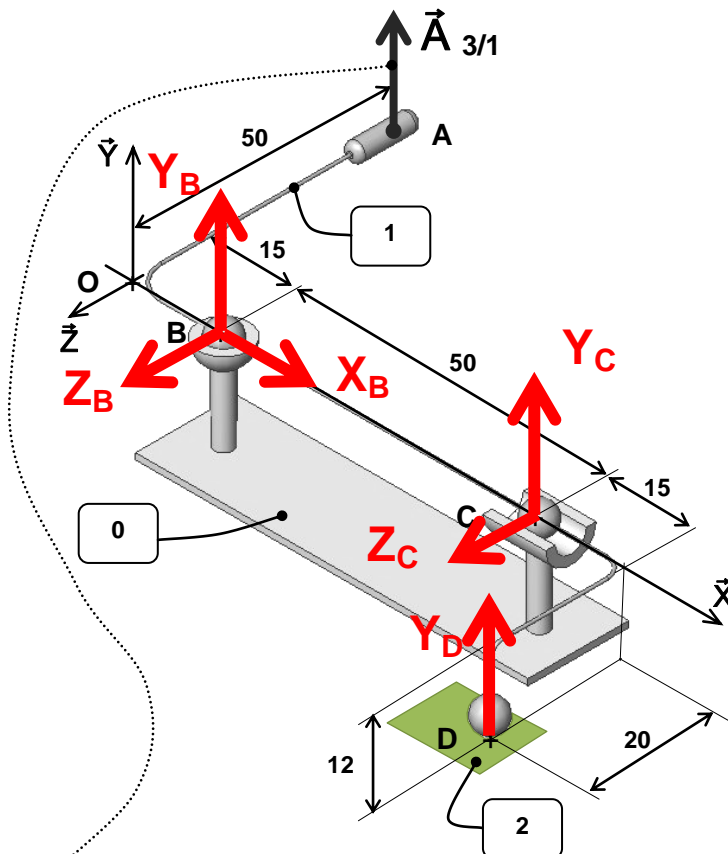


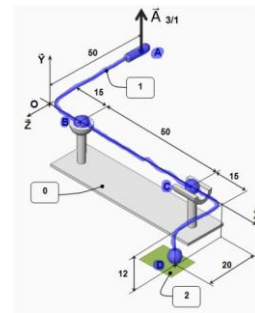
## 1- BILAN



**-Écriture directe sous forme de torseur :**

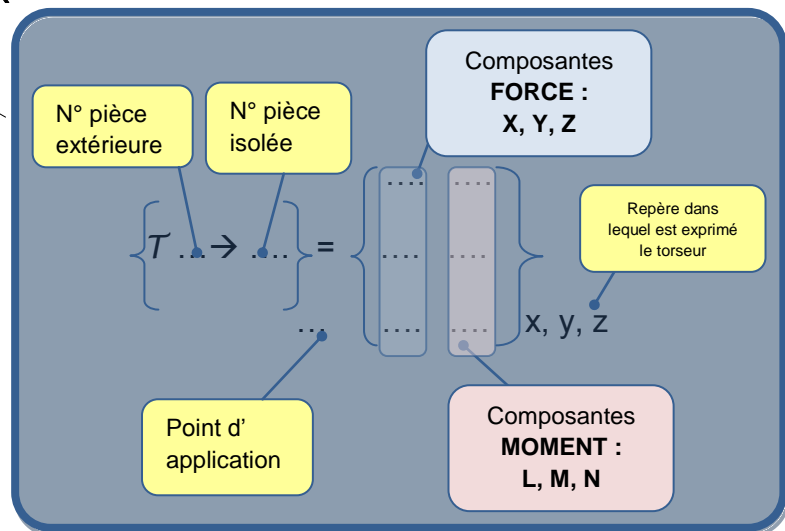
$$\left\{ T \rightarrow 1 \right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 100 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{x,y,z}$$

**-Isoler le solide à étudier :**



**-Position des points de contact :**

$\begin{array}{c c} \text{en A} & 0 \\ \hline & 0 \\ \hline R & -50 \end{array}$ <p>Action connue</p>	$\begin{array}{c c} \text{en B} & 15 \\ \hline & 0 \\ \hline R & 0 \end{array}$ <p>Rotule</p>	$\begin{array}{c c} \text{en C} & 65 \\ \hline & 0 \\ \hline R & 0 \end{array}$ <p>Sphère-cylindre d'axe X</p>	$\begin{array}{c c} \text{en D} & 80 \\ \hline & -12 \\ \hline R & 20 \end{array}$ <p>Sphère-plan de normale Y</p>
---	---	--	--



**-Recherche de l'écriture "torseur" car RIEN n'est fourni :**

$$\left\{ T \rightarrow 1 \right\} = \left\{ \begin{matrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{matrix} \right\}_{x, y, z}$$

### Degrés de liberté

## Rotule

0 Rx

0 Ry

0 Rz

$$\left\{ T \rightarrow 1 \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_C \\ Z_C \end{Bmatrix}_{x, y, z}$$

## Degrés de liberté

### **Linéaire circulaire**

Tx Rx

0 Rv

0 Rz

$$\left\{ T_{2 \rightarrow 1} \right\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_D & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{x, y, z}$$

Degrés de liberté

### Ponctuelle

Tx Rx

0 Rv

T<sub>7</sub> R<sub>7</sub>

6 inconnues ( $X_B, Y_B, Z_B, Y_C, Z_C, Y_D$ ) - 6 équations donc Problème isostatique : résolution possible.

**Pas de simplification dans le plan car c'est un problème 3D**

## 2-REDUCTION DES TORSEURS EN UN MÊME POINT.

Le point choisi est le point : **B**. Tout torseur qui n'est pas exprimé en B est à recalculer (voir bilan ci-dessus), il s'agit de :

- L'effort en D :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_B \vec{D}_{2/1}} &= \overrightarrow{M_D \vec{D}_{2/1}} + \overrightarrow{BD} \times \vec{D}_{2/1} \\ &= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 65 \\ -12 \\ 20 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 \\ Y_D \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -20.Y_D \\ 0 \\ 65.Y_D \end{vmatrix} \end{aligned} \Rightarrow \left\{ T_{2 \rightarrow 1} \right\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_D \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -20.Y_D \\ 0 \\ 65.Y_D \end{Bmatrix}_{x,y,z}$$

- L'effort en A :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_B \vec{A}_{3/1}} &= \overrightarrow{M_A \vec{A}_{3/1}} + \overrightarrow{BA} \times \vec{A}_{3/1} \\ &= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -15 \\ 0 \\ -50 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5000 \\ 0 \\ -1500 \end{vmatrix} \end{aligned} \Rightarrow \left\{ T_{0 \rightarrow 1} \right\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 5000 \\ 0 \\ -1500 \end{Bmatrix}_{x,y,z}$$

- L'effort en C :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_B \vec{C}_{0/1}} &= \overrightarrow{M_C \vec{C}_{0/1}} + \overrightarrow{BC} \times \vec{C}_{0/1} \\ &= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 50 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 \\ Y_C \\ Z_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -50.Z_C \\ 50.Y_C \end{vmatrix} \end{aligned} \Rightarrow \left\{ T_{0 \rightarrow 1} \right\}_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_C \\ Z_C \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ -50.Z_C \\ 50.Y_C \end{Bmatrix}_{x,y,z}$$

Celui en B n'a pas été recalculé car il était déjà exprimé au point B.

$$\left\{ T_{0 \rightarrow 1} \right\}_B = \begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{x,y,z}$$

## 3-APPLICATION DU PFS.

Cette étape consiste à additionner les forces et les moments entre-eux. (Colonne **bleue** avec les colonnes bleues, colonne **rose** avec les colonnes roses).

$$\vec{D}_{2/1} + \vec{A}_{3/1} + \vec{C}_{0/1} + \vec{B}_{0/1} = \vec{0}$$

Equations du PFS sur levier 1 isolé(e)  
Théorème de la résultante :  
/X:  $X_B = 0$   
/Y:  $Y_B + Y_C + Y_D + 100 = 0$   
/Z:  $Z_B + Z_C = 0$

$$\overrightarrow{M_B \vec{D}_{2/1}} + \overrightarrow{M_B \vec{A}_{3/1}} + \overrightarrow{M_B \vec{C}_{0/1}} + \overrightarrow{M_B \vec{B}_{0/1}} = \vec{0}$$

Théorème du moment résultant en B :  
/X:  $-20.Y_D + 5000 = 0$   
/Y:  $-50.Z_C = 0$   
/Z:  $50.Y_C + 65.Y_D - 1500 = 0$

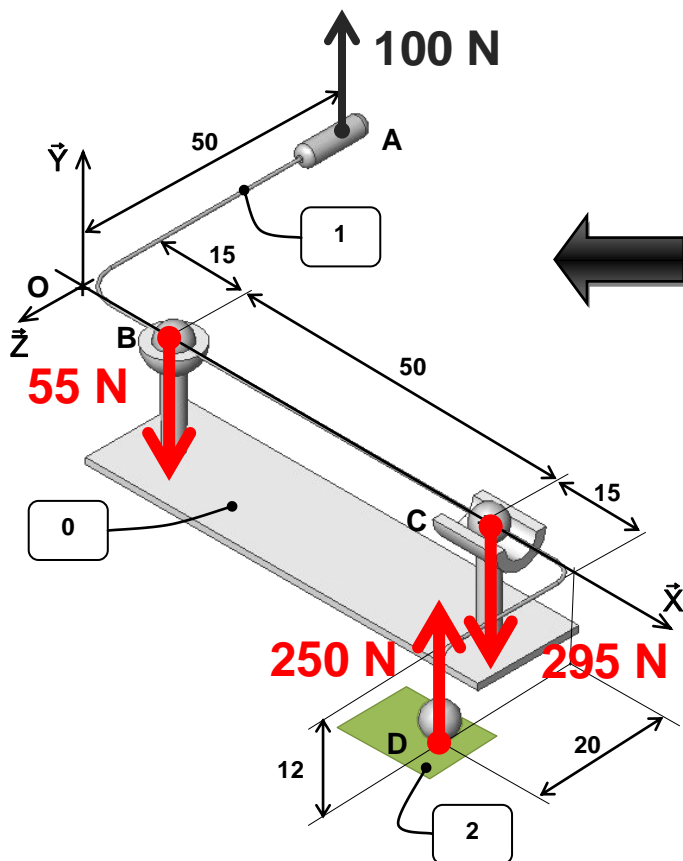
## 4-RESOLUTION DES EQUATIONS.

Composantes inconnues des actions mécaniques :

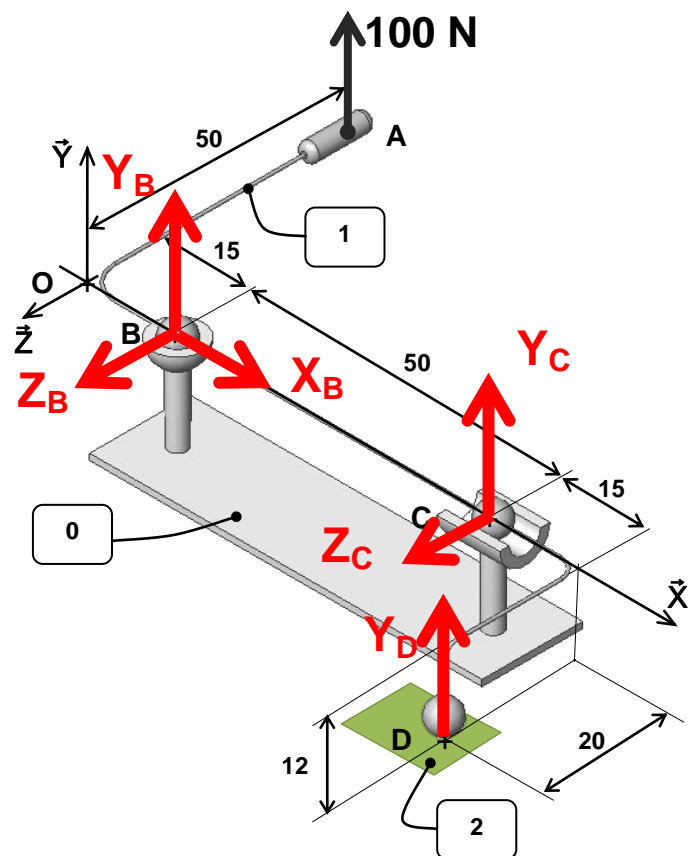
$X_B = 0$   
 $Y_B = -55$   
 $Z_B = 0$   
 $Y_C = -295$   
 $Z_C = 0$   
 $Y_D = 250$

On trouve :

Résultat final



Résultat envisagé au départ



Conclusion :

- Certaines composantes de forces ont disparues (Pas d'efforts) :  $X_B$ ,  $Z_B$  et  $Z_C$ .
- D'autres ne sont pas orientées dans le sens imaginé au départ :  $Y_B$  et  $Y_C$ . Cette information nous est donnée par le signe du résultat :
  - o Le signe " - " signifie qu'il faut changer le sens.
  - o Le signe " + " ou " " que l'effort est correctement orienté.

$$\vec{Y} : 100 + 250 - 295 + 55 = 0$$